

Wiederholungsaufgaben 20.4.20

1. f ist eine verkettete Funktion. Es gilt stets $f = u \circ v = u(v(x))$. Vervollständige die Tabelle.
Lass dich nicht irritieren, die Tabelle ist ganz kleinschrittig aufgebaut. Erst in der letzten Zeile ist die Ableitung fertig. Schau dir einfach Spalte a) in Ruhe an.

	a)	b)	c)	d)
$f(x)$	$(2x^4 + 1)^5$	$\sin(2x)$	$\frac{1}{8} \left(\frac{1}{2} - x^2\right)^7$	$\frac{1}{3} (\cos x)^2$
$u(x)$	x^5	$\sin x$	$\frac{1}{8} x^7$	$\frac{1}{3} x^2$
$v(x)$	$2x^4 + 1$	$2x$	$\frac{1}{2} - x^2$	$\cos x$
$u'(x)$	$5x^4$	$\cos x$	$\frac{7}{8} x^6$	$\frac{2}{3} x$
$v'(x)$	$4 \cdot 2x^3$	2	$-2x$	$-\sin x$
$u'(v(x))$	$5 \cdot (2x^4 + 1)^4$	$\cos(2x)$	$\frac{7}{8} \left(\frac{1}{2} - x^2\right)^6$	$\frac{2}{3} \cdot \cos x$
$f'(x)$	$5 \cdot (2x^4 + 1)^4 \cdot 4 \cdot 2x^3$ $= 40x^3 \cdot (2x^4 + 1)^4$	$\cos(2x) \cdot 2$	$\frac{7}{8} \cdot \left(\frac{1}{2} - x^2\right)^6 \cdot (-2x)$ $= -\frac{7}{4} x \cdot \left(\frac{1}{2} - x^2\right)^6$	$\frac{2}{3} \cdot \cos x \cdot (-\sin x)$

2. Leite die folgenden Funktionen ab.

a) $g(x) = \frac{5}{(x^2-1)^2}$ Da hier im Zähler kein x vorkommt, kannst du dir den Nenner mit „hoch - 2“ umschreiben und dir die Quotientenregel ersparen.

$$g(x) = 5 \cdot (x^2 - 1)^{-2}$$

$$g'(x) = 5 \cdot (-2) \cdot (x^2 - 1)^{-3} \cdot 2x = -20x \cdot (x^2 - 1)^{-3}$$

$$= \frac{-20x}{(x^2 - 1)^3}$$

c) $h(x) = \frac{(x - \sin x)^2}{x^2}$ Hier musst du nicht vereinfachen. Denke aber an das Nachdifferenzieren (Kettenregel bei der Ableitung im Zähler!)

$$h'(x) = \frac{x^2 \cdot 2 \cdot (x - \sin x) \cdot (1 - \cos x) - (x - \sin x)^2 \cdot 2x}{x^4}$$

Quotientenregel $\frac{N \cdot A2 - Z \cdot AN}{N^2}$