S. 135/6a) $f_2(x) = 1 + \sin(2x)$

Nullstellen: $1 + \sin(2x) = 0$, $\sin(2x) = -1$

Taschenrechner $\boxed{RAD}$ $\sin^{-1}(-1)$

$2x = -\frac{1}{2}\pi$

$x_1 = -\frac{\pi}{4}$

Sinus-/Kosinusfunktionen sind periodisch, d.h. NSen, Extrema .... wiederholen sich. Die Periode berechnet sich mit $p = \frac{2\pi}{b}$ also $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$. Durch Addition bzw. Subtraktion von π erhältst du weitere Nullstellen.

$x_2 = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3}{4}\pi$

[$x = -\frac{\pi}{4} - \pi = -\frac{5}{4}\pi$ nicht in $I = [-\pi, \pi]$]

$N_1(-\frac{\pi}{4} \mid 0)$, $N_2(\frac{3}{4}\pi \mid 0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f_2(0) = 1 + \sin(2 \cdot 0) = 1 + 0 = 1$ $S(0 \mid 1)$

Extrempunkte: 1. Ableitung gleich Null setzen.

$f_2'(x) = 2 \cdot \cos(2x)$

$2 \cdot \cos(2x) = 0$

$\cos(2x) = 0$

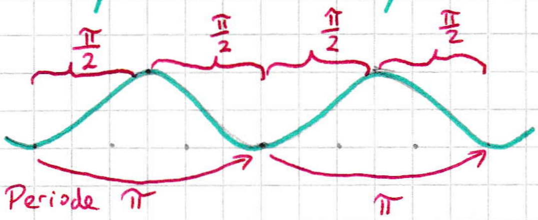
TR

$2x = \frac{1}{2}\pi$

$x_1 = \frac{\pi}{4}$

Durch die Periodenlänge π, finden sich im Abstand von $\frac{\pi}{2}$ immer Hoch-/Tiefpunkte.

„Hochpunkt + π = nächster Hochpunkt" „Tiefpunkt + π = nächster Tiefpunkt"



$x_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3}{4}\pi$

[$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{5}{4}\pi$ nicht in $I = [-\pi, \pi]$]

$x_3 = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4}$

$x_4 = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\frac{3}{4}\pi$

Überprüfe jetzt, wo ein Maximum / Minimum vorliegt?

$$f''(x_0) > 0 \Rightarrow \text{Minimum}$$

$$f''(x_0) < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$$

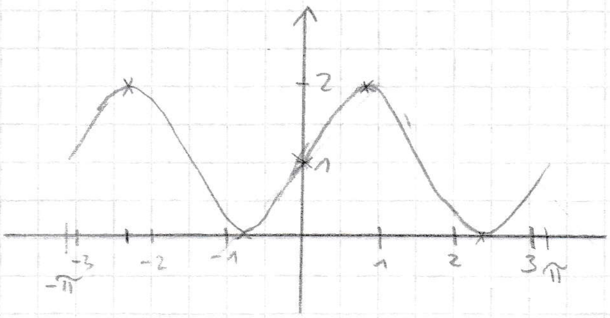
$$f''(x) = 2 \cdot (-\sin(2x)) \cdot 2 = -4 \cdot \sin(2x)$$

$$f''\left(\tfrac{\pi}{4}\right) = -4 \cdot \sin\left(2 \cdot \tfrac{\pi}{4}\right) = -4 \cdot 1 < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$$

$$f\left(\tfrac{\pi}{4}\right) = 1 + \sin\left(2 \cdot \tfrac{\pi}{4}\right) = 2 \qquad \underline{\underline{H_1\left(\tfrac{\pi}{4}; 2\right)}}$$

Durch Überlegung (oder wieder $f''(\dots) >$) :

$$\underline{\underline{H_2\left(-\tfrac{3}{4}\pi; 2\right)}}, \quad \underline{\underline{T_1\left(-\tfrac{\pi}{4} \mid 0\right)}}_{= N_1}, \quad \underline{\underline{T_2\left(\tfrac{3}{4}\pi \mid 0\right)}}_{= N_2}$$



b) $f_k'(x) = k \cdot \cos(kx)$

Tangentensteigung Tangente t_A : $f_k'(0) = k \cdot \cos(k \cdot 0) = k = m_A$

" Tangente t_B : $f_k'\left(\frac{\pi}{k}\right) = k \cdot \cos\left(k \frac{\pi}{k}\right) = -k = m_B$

Tangenten sollen senkrecht stehen :

$$m_A \cdot m_B = -1$$

$$k \cdot (-k) = -1$$

$$-k^2 = -1 \quad , k^2 = 1$$

$$k = 1 \quad (\text{da } k \in \mathbb{R}^+)$$

Tangente t_A : $y = 1 \cdot x + t$

$A(0|1)$ einsetzen $\quad 1 = 1 \cdot 0 + t \Rightarrow t = 1$

$$\underline{\underline{t_A : y = x + 1}}$$

Tangente t_B : $y = -1 \cdot x + t$

$B(\pi|1)$ einsetzen ... $t = 1 + \pi \Rightarrow \underline{\underline{t_B : y = -x + 1 + \pi}}$

Schnittpunkt der Tangenten („Gleichsetzen")

$$t_A = t_B$$

$$1 \cdot x + 1 = -x + 1 + \pi$$

$$2x = \pi$$

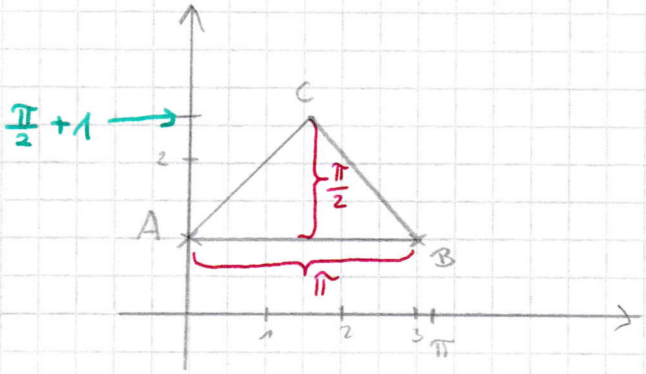
$$x = \frac{\pi}{2}$$

, y-Wert erhält man durch Einsetzen in eine der beiden Tangenten.

Schnittpunkt : $C\left(\frac{\pi}{2} \,\middle|\, \frac{\pi}{2} + 1\right)$

Flächeninhalt Dreieck ABC

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$



$$\underline{\underline{A_{\Delta ABC}}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{\pi}{2} = \underline{\underline{\frac{\pi^2}{4}}} \approx 2{,}47$$