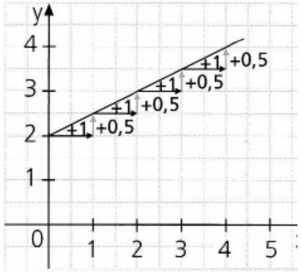
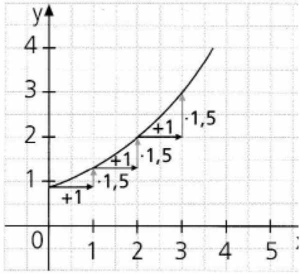
Ist der Zuwachs pro Zeiteinheit konstant, so handelt es sich um **lineares Wachstum**.
Es wird beschrieben durch $\mathbf{y = b + a \cdot x}$.
b: Bestand für x = 0
Beispiel: a = 0,5; b = 2 (s. Abbildung)



Ist der Zuwachs pro Zeiteinheit stets direkt proportional zum aktuellen Bestand, so handelt es sich um **exponentielles Wachstum**.
Es wird beschrieben durch $\mathbf{y = b \cdot a^x}$.
b: Bestand für x = 0
Beispiel: a = 1,5; b = 0,9 (s. Abbildung)

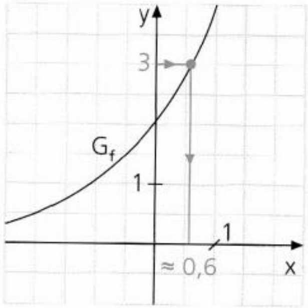


a heißt **Wachstumsfaktor**, wenn **a > 1** ist;
a heißt **Abnahmefaktor (Zerfallskonstante)**, wenn **a < 1** ist.
Halbwertszeit (Zeitspanne, in der der Bestand jeweils halbiert wird):
$\mathbf{t_H = \log_a \frac{1}{2} = \frac{\log 0{,}5}{\log a}}$ $(0 < a < 1)$

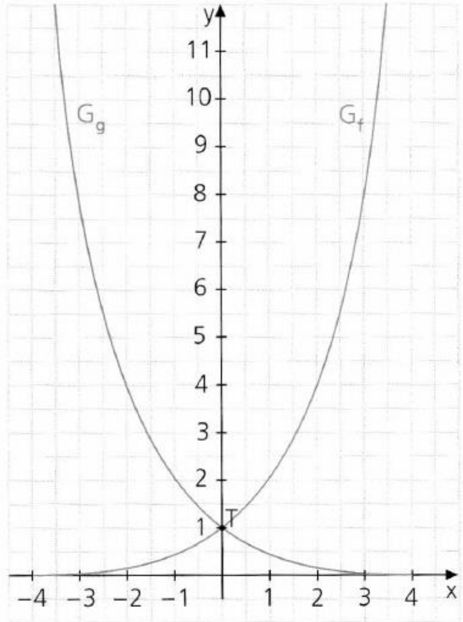
Gleichungen, bei denen die Variable (nur) im Exponenten auftritt, heißen **Exponentialgleichungen**.
Exponentialgleichungen können rechnerisch und auch graphisch gelöst werden.
Beispiel:
$2^{x+1} = 3$; $G = \mathbb{R}$

Rechnerische Lösung:
$2^{x+1} = 3$; | logarithmieren
$(x + 1) \log 2 = \log 3$; | : log 2
$x + 1 = \frac{\log 3}{\log 2}$; | −1
$x = \frac{\log 3}{\log 2} - 1 = 0{,}584 \ldots \in G$
$L = \{\frac{\log 3}{\log 2} - 1\} = \{0{,}584 \ldots\}$

Graphische Lösung:
f: $f(x) = 2^{x+1}$; $D_f = \mathbb{R}$
$2^{x+1} = 3$
$x \approx 0{,}6$



Jede Funktion f mit $\mathbf{f(x) = a^x}$; $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$; $D_f = \mathbb{R}$, heißt **Exponentialfunktion**.
Beispiele: Die Abbildung zeigt die Graphen der Exponentialfunktionen
f: $f(x) = 2^x$; $D_f = \mathbb{R}$, und g: $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $D_g = \mathbb{R}$:



Eigenschaften dieser Exponentialfunktionen:

- Für a > 1 werden die Funktionswerte mit zunehmenden Werten von x immer größer; für 0 < a < 1 werden die Funktionswerte mit zunehmenden Werten von x immer kleiner, ohne jedoch den Wert null zu erreichen.
- Die Wertemenge ist $W = \mathbb{R}^+$.
- Der Graph hat zwar mit der x-Achse keinen Punkt gemeinsam, kommt ihr aber beliebig nahe: die x-Achse ist horizontale **Asymptote** des Graphen.
- Der Graph schneidet die y-Achse im Punkt T (0 | 1).
- Die Graphen der beiden Funktionen f_a: $f_a(x) = a^x$ und g_a: $g_a(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ mit $D_{f_a} = D_{g_a} = \mathbb{R}$ sind symmetrisch zueinander bezüglich der y-Achse.