Der **Hefteintrag** ist - wie immer ☺ - **blau**.

Hier zunächst noch einige Beispiele, wie du Lösungen von Exponentialgleichungen berechnest. Das hast du in der zehnten Klasse gelernt und brauchst das jetzt für die Bestimmung von Nullstellen und Extremwerten.

Exponentialgleichungen

Wiederholung der Potenzgesetze: → *vgl. Merkhilfe S. 1*

1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ 2) $a^x : a^y = \frac{a^x}{a^y} = a^{x+y}$ 3) $\left(a^x\right)^y = a^{x \cdot y}$

Wiederholung der Rechenregeln für Logarithmen: → *vgl. Merkhilfe S. 1*

1) $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ 2) $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

3) $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$

Strategien zum Lösen von Exponentialgleichgungen:

1) Logarithmieren beider Seiten
2) Faktorisierung mittels Binomischer Formeln
3) Ausnutzen der Faktorisierung
   → Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn ein Faktor gleich Null ist.
4) Exponentenvergleich
   → Der Exponentenvergleich ist aufgrund der strengen Monotonie der Exponentialfunktion eindeutig.)
5) Substitution $u = e^x$

S. 151 / 1

a) $3^x = 0{,}5$

1. Möglichkeit: $x = log_3 0{,}5 \approx -0{,}63093$

2. Möglichkeit: $lg(3^x) = lg(0{,}5)$

$x \cdot \lg 3 = \lg 0{,}5$

$x = \frac{\lg 0{,}5}{\lg 3} \approx -0{,}63093$

d) $e^{x+1} = 10$

$x + 1 = \log_e 10$

$x = \log_e 10 - 1 \approx 1{,}302585$

Der Logarithmus zur **Basis e** heißt **natürlicher Logarithmus**.
Statt $\log_e y$ schreiben wir kurz $\mathbf{ln}\, y$.
Es gilt also: $e^{\ln y} = y$ für jeden Wert von $y \in \mathbb{R}^+$

Du kannst also, um das x aus dem Exponenten „herunterzuholen“ statt des Zehnerlogarithmus zur Basis 10 (log…) auch den natürlichen Logarithmus zur Basis e (ln….) verwenden. Am Taschenrechner sind das verschiedene Tasten. Sobald du „ln“ drückst, weiß dein TR welche Basis du willst.

a*) $3^x = 0{,}5$

$ln(3^x) = ln(0{,}5)$

$x \cdot \ln 3 = \ln\,(0{,}5)$

$x = \frac{\ln 0{,}5}{\ln 3} \approx -0{,}63093$

Übung

S. 151 / 1 g

$e^x(e^x - e) = 0$

Hier steht ein Produkt und das wird null, sobald einer der beiden Faktoren null ist.

$$e^x(e^x - e) = 0$$

$e^x = 0$

$e^x > 0$ für alle $x \in ID_{max}$

$\Rightarrow\ f(x) = e^x$ besitzt keine Nullstellen

(vgl. Eigenschaften der natürlichen Exponentialfunktion

$e^x - e = 0 \qquad |+ e$

$e^x = e \qquad |\ \ln$

$ln(e^x) = ln(e)$

$x \cdot \boldsymbol{ln(e)} = \boldsymbol{ln(e)}$

$x \cdot \mathbf{1} = \mathbf{1}$

$x = 1$

$e^x = 2 \qquad |\ \ln$

$ln(e^x) = ln(2) \qquad$ linke Seite: Anwenden der Logarithmusrechenregel

$x \cdot ln(e) = \ln\,(2)$

$x \cdot 1 = \ln\,(2)$

$(x = 0{,}6931\,\ldots)$

Nicht ganz einfach. Weiß ich. Wir können Probleme zum Glück nächste Woche klären.

Bearbeite im Buch folgende Aufgaben:

S. 164 / 7 a Tipp: Um die Extremstelle bestimmen zu können, muss du im Term deiner Ableitung das e^x ausklammern.

S. 152 / 9 Tipp: Kurvennormale ist die Gerade, die im Graphenpunkt P auf der Tangente senkrecht steht.
Für die Steigungen m_1 und m_2 von zwei aufeinander senkrecht stehenden Geraden gilt: $m_1 \cdot m_2 = -1$

S. 166 / 15

S. 153 / 13 a, c

Das ist eine etwas umfangreichere Aufgabe, aber keine Panik. Gehe die Aufgabe einfach Schritt für Schritt durch. Im Folgenden findest du ein paar Tipps und Hinweise zur Vorgehensweise:

(1), (2) Symmetrie: Betrachte f(-x) und vergleiche diesen Term mit f(x) und - f(x).
Es gilt: $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$

Hinweis zu **c)**

$f(-x) = \frac{e^{-x}-2}{e^{-x}+1} = \frac{\frac{1}{e^x}-2}{\frac{1}{e^x}+1}$

Schreibe Zähler und Nenner als Bruch:

Zähler: $\frac{1}{e^x} - 2 = \frac{1}{e^x} - \frac{2 \cdot e^x}{e^x} = \frac{1-2e^x}{e^x}$

Nenner: $\frac{1}{e^x} + 1 = \frac{1}{e^x} - \frac{e^x}{e^x} = \frac{1+e^x}{e^x}$

Ersetze den Hauptbruchstrich durch ein „:“ :

$f(-x) = \frac{1-2e^x}{e^x} : \frac{1+e^x}{e^x} = \frac{(1-2e^x) \cdot e^x}{e^x \cdot (1+e^x)} = \frac{1-2e^x}{1+e^x}$

(4) Extremwerte: Um die Extremstelle bestimmen zu können, muss du im Term deiner Ableitung das e^x ausklammern.

(5) Grenzwerte: es gilt: $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ und $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

Hinweis zu **c)**

Für den Grenzwert $x \to \infty$ gehen sowohl der Zähler als auch der Nenner gegen ∞. Das hilft uns für das Verhalten von f im Unendlichen nicht weiter. Deswegen klammern wir e^x im Zähler und Nenner aus (das haben wir bei der Grenzwertbetrachtung von Potenzfunktionen auch schon mal gemacht, indem wir die höchste vorkommende Potenz ausgeklammert haben):

$$\lim_{x \to \infty} \frac{e^x-2}{e^x+1} = \lim_{x \to \infty} \frac{e^x\left(1-\frac{2}{e^x}\right)}{e^x\left(1-\frac{1}{e^x}\right)} = \lim_{x \to \infty} \frac{1-\frac{2}{e^x}}{1-\frac{1}{e^x}}$$

Die Terme $\frac{2}{e^x}$ und $\frac{1}{e^x}$ gehen für $x \to \infty$ gegen null.

Für den Grenzwert $x \to -\infty$ musst du den Funktionsterm nicht umformen.

S. 154 / 19

<u>Zusätzliche Aufgabe für Freiwillige oder falls noch Zeit übrig ist</u>:

- S. 164 / 7 b
- S. 153 / 13 b, d
- S. 152 / 7 b