Hier sind nochmal kurze Beispiele zu Exponentialgleichungen zum Durchlesen.

S. 151 / 1

a) $3^x = 0{,}5$

1. Möglichkeit: $x = log_3 0{,}5 \approx -0{,}63093$

2. Möglichkeit: $lg(3^x) = lg(0{,}5)$

$x \cdot \lg 3 = \lg 0{,}5$

$x = \frac{\lg 0{,}5}{\lg 3} \approx -0{,}63093$

d) $e^{x+1} = 10$

$x + 1 = \log_e 10$

$x = \log_e 10 - 1 \approx 1{,}302585$

Der Logarithmus zur **Basis e** heißt **natürlicher Logarithmus**.
Statt $\log_e y$ schreiben wir kurz $\ln y$.
Es gilt also: $e^{\ln y} = y$ für jeden Wert von $y \in IR^+$

Du kannst also, um das x aus dem Exponenten „herunterzuholen“ statt des Zehnerlogarithmus zur Basis 10 (log…) auch den natürlichen Logarithmus zur Basis e (ln….) verwenden. Am Taschenrechner sind das verschiedene Tasten. Sobald du „ln“ drückst, weiß dein TR welche Basis du willst.

a*) $3^x = 0{,}5$

$ln(3^x) = ln(0{,}5)$

$x \cdot \ln 3 = \ln(0{,}5)$

$x = \frac{\ln 0{,}5}{\ln 3} \approx -0{,}63093$

Übung

✎ Bearbeite im Buch folgende Aufgaben:

S. 164 / 7 a Tipp: Um die Extremstelle bestimmen zu können, muss du im Term deiner Ableitung das e^x ausklammern.

S. 152 / 9 Tipp: Kurvennormale ist die Gerade, die im Graphenpunkt P auf der Tangente senkrecht steht.
Für die Steigungen m_1 und m_2 von zwei aufeinander senkrecht stehenden Geraden gilt: $m_1 \cdot m_2 = -1$

S. 166 / 15 Du kannst diese Aufgabe auch mit Geogebra zeichnen.

S. 153 / 13 a, c

Das ist eine etwas umfangreichere Aufgabe, aber keine Panik. Gehe die Aufgabe einfach Schritt für Schritt durch. Im Folgenden findest du ein paar Tipps und Hinweise zur Vorgehensweise:

(1), (2) Symmetrie: Betrachte f(-x) und vergleiche diesen Term mit f(x) und - f(x).
Es gilt: $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$

Hinweis zu **c)**

$$f(-x) = \frac{e^{-x}-2}{e^{-x}+1} = \frac{\frac{1}{e^x}-2}{\frac{1}{e^x}+1}$$

Schreibe Zähler und Nenner als Bruch:

Zähler: $\frac{1}{e^x} - 2 = \frac{1}{e^x} - \frac{2 \cdot e^x}{e^x} = \frac{1-2e^x}{e^x}$

Nenner: $\frac{1}{e^x} + 1 = \frac{1}{e^x} - \frac{e^x}{e^x} = \frac{1+e^x}{e^x}$

Ersetze den Hauptbruchstrich durch ein „:“ :

$$f(-x) = \frac{1-2e^x}{e^x} : \frac{1+e^x}{e^x} = \frac{(1-2e^x) \cdot e^x}{e^x \cdot (1+e^x)} = \frac{1-2e^x}{1+e^x}$$

(4) Extremwerte: Um die Extremstelle bestimmen zu können, muss du im Term deiner Ableitung das e^x ausklammern.

(5) Grenzwerte: es gilt: $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$ und $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

Hinweis zu **c)**

Für den Grenzwert $x \to \infty$ gehen sowohl der Zähler als auch der Nenner gegen ∞. Das hilft uns für das Verhalten von f im Unendlichen nicht weiter. Deswegen klammern wir e^x im Zähler und Nenner aus (das haben wir bei der Grenzwertbetrachtung von Potenzfunktionen auch schon mal gemacht, indem wir die höchste vorkommende Potenz ausgeklammert haben):

$$\lim_{x \to \infty} \frac{e^x-2}{e^x+1} = \lim_{x \to \infty} \frac{e^x\left(1-\frac{2}{e^x}\right)}{e^x\left(1-\frac{1}{e^x}\right)} = \lim_{x \to \infty} \frac{1-\frac{2}{e^x}}{1-\frac{1}{e^x}}$$

Die Terme $\frac{2}{e^x}$ und $\frac{1}{e^x}$ gehen für $x \to \infty$ gegen null.

Für den Grenzwert $x \to -\infty$ musst du den Funktionsterm nicht umformen.

S. 154 / 19 **Tipp:** a) $m = f'(x) = \tan \alpha$, $x = 0$

S. 159 / 3 a - f **Tipp**: c) Quotientenregel, d) Produktregel und Summenregel

S. 159 / 2 f **Tipp**: Substitution

S. 164 / 4 Hier kommen überall ganze Zahlen als Lösung heraus.

Tipp: $\ln(e^x) = x,\ also\ \ \ln(e) = 1\,;\ \ \ln\left(\frac{1}{e^2}\right) = \ln(e^{-2}) = -2$

S. 167 / 18 **Tipp:** Die maximale Durchmesserlänge entspricht 100 %, also 1.

Dein Ansatz muss also lauten $\frac{1}{1+e^{-0,05(t-60)}} = 0{,}9$.

Jetzt musst du nach t auflösen. Hierzu muss die e-Funktion allein auf einer Seite der Gleichung stehen und dann kommt der ln zum Einsatz.

S. 167 /19 **Tipp:** a) Taschenrechner

b) Bilde die erste Ableitung (Vorsicht: Produktregel und Nachdifferenzieren), setze sie gleich 0. Überprüfe dann, ob hier ein Maximum vorliegt.

c) Gesucht ist die Monotonie. Eventuell hast du die schon in b) bearbeitet.
„Zeitpunkte, zu denen die Zunahme bzw. Abnahme … am stärksten ist“ heißt übersetzt: Wann ist die Änderung am größten / kleinsten? Die Änderung wird mit der ersten Ableitung beschrieben. Du brauchst somit, das Maximum/ Minimum der ersten Ableitung. Setze hierfür die zweite Ableitung gleich 0 und überprüfe mittels Monotonie oder dritter Ableitung, ob Hoch- bzw. Tiefpunkt vorliegt.

Es ist wichtig, dass du sicher ableiten kannst. Über folgenden Link landest du bei passenden Geogebra-Aufgaben zur Ableitung:
http://mathegym.de/arbeitsauftrag-id/8989

Hier geht es darum, wie Graphen der e-Funktion aussehen:
http://mathegym.de/arbeitsauftrag-id/8991