S.154 Nr. 18

$f(x) = 9x \cdot e^{-x}$, $D_f = IR$

a) Wegen $f(0) = 9 \cdot 0 \cdot e^{-0} = 0$ liegt der Ursprung auf G_f.

b) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} 9x \cdot e^{-x} = 0$ und $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} 9x \cdot e^{-x} = -\infty$

c) $f'(x) = 9 \cdot e^{-x} - 9x \cdot e^{-x} = 9e^{-x}(1-x)$, $D_{f'} = \mathbb{R}$

Nullstelle von f': $f'(x) = 0$

$\underbrace{9e^{-x}}_{\neq 0 \text{ für alle } x\in} (1-x) = 0 \ \rightarrow\ (1-x) = 0 \ \rightarrow x = 1$ mit

$f(1) = 9 \cdot 1 \cdot e^{-1} = \frac{9}{e} \approx 3{,}31$

Da $9 \cdot e^{-x} > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ vollzieht $f'(x) = 9e^{-x}(1-x)$ an der Stelle $x = 1$ einen VZW von + nach –. Somit hat G_f im Punkt $H(1;\ \frac{9}{e}) \approx H(1;\ 3{,}31)$ einen Hochpunkt.

d) Graph von *f*

e) Tangente an G_f im Punkt P $(2/\frac{18}{e^2}) \approx$ P$(2/2{,}44)$ mit

m = $f'(2) = 9e^{-2}(1-2) = -\frac{9}{e^2} \approx -1{,}22$

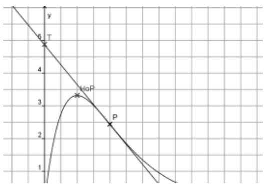
$y = m \cdot x + t$

$\frac{18}{e^2} = -\frac{9}{e^2} \cdot 2 + t$

$\frac{18}{e^2} = -\frac{18}{e^2} + t \quad \rightarrow \quad t = \frac{36}{e^2} \qquad y = -\frac{9}{e^2} \cdot x + \frac{36}{e^2} \approx -1{,}22x + 4{,}87$

Schnittpunkt mit der x-Achse: $S(4;\ 0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $T\left(0;\ \frac{36}{e^2}\right) \approx T(0;\ 4{,}87)$



I (0/f(2)) ≈ I $(0/\frac{18}{e^2})$

$A_{OST} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{36}{e^2} = \frac{72}{e^2}$

$A_{TIP} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{18}{e^2} = \frac{18}{e^2} \quad \rightarrow \quad A_{TIP} = 25\% \cdot A_{OST}$

f) A_{OLA} = $A(s) = \frac{1}{2} \cdot s \cdot f(s) = \frac{1}{2} \cdot s \cdot 9s \cdot e^{-s} = 4{,}5s^2 \cdot e^{-s}$, $D_A = \mathbb{R}^+$

$A'(s) = 9s \cdot e^{-s} - 4{,}5s^2 \cdot e^{-s} = 4{,}5s \cdot e^{-s} \cdot (2-s)$, $D_{A'} = \mathbb{R}^+$

Nullstellen von A': $A'(s) = 0$

$4{,}5s \cdot e^{-s} \cdot (2-s) = 0 \quad \rightarrow \quad s_1 = 0 \notin D_A$ oder $s_2 = 2$

Wegen $4{,}5s \cdot e^{-s} > 0$ für alle $s \in D_A$ vollzieht A' an der Stelle $s_2 = 2$ einen VZW von + nach – vollzieht, sodass $A(s)$ für $s = 2$ maximal wird mit:

$A_{\max} = A(2) = 4{,}5 \cdot 2^2 \cdot e^{-2} = 18 \cdot e^{-2} \approx 2{,}44 \ FE$

Wiederholungsblatt Stochastik

Aufgabe 1
In einer Urne sind sechs rote und drei schwarze Kugeln sowie eine goldenen Kugel. Hugo zieht nacheinander blind zwei Kugeln, ohne sie zurückzulegen.

a) Zeichne ein Baumdiagramm

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht Hugo

(1) zwei rote Kugeln?	$P = {}^{1}/_{3}$
(2) nicht die goldene Kugel?	P = 0,8
(3) zwei gleichfarbige Kugeln?	P = 0,4
(4) die goldene und genau eine rote Kugel?	$P = {}^{2}/_{15}$

Aufgabe 2
Lukas trainiert Jonglieren. Ein neuer Trick gelingt ihm mit einer Wahrscheinlichkeit von 20%. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gelingt ihm dieser neue Trick

a)	bei jedem von 5 Versuchen?	$0{,}2^5 = 0{,}00032$
b)	bei keinem von 5 Versuchen?	$0{,}8^5 = 0{,}32765$
c)	beim 5. Versuch zum ersten Mal?	$0{,}8^4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08192$
d)	bei genau einem von 5 Versuchen?	$0{,}8^4 \cdot 0{,}2 \cdot 5 = 0{,}4096$
e)	frühestens beim 5. Versuch?	$0{,}8^4 = 0{,}4096$ (5.Versuch ist egal, p=1)
f)	Spätestens beim 5. Versuch?	$1 - 0{,}8^5 = 0{,}67232$ (mindestens einmal)
g)	Bei 5 Versuchen genau viermal?	$0{,}8 \cdot 0{,}2^4 \cdot 5 = 0{,}0046$

S.189 /8, 10, 12

8. $P(E_1) = 0{,}5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8^3 \approx 17{,}9\%$

$P(E_2) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2^3 \approx 0{,}1\%$

$P(E_3) = 1 - P(E_1) \approx 82{,}1\%$

$P(E_4) = 0{,}5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8^3 + 0{,}5 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8^3 + 3 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^2 =$

$= 0{,}5 \cdot 0{,}8^2 \cdot (0{,}7 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 + 3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}2) = 0{,}32 \cdot (0{,}56 + 0{,}24 + 0{,}42) =$

$= 0{,}32 \cdot 1{,}22 \approx 39{,}0\%$

$P(E_5) = P(E_1) + P(E_4) \approx 17{,}9\% + 39{,}0\% = 56{,}9\%$

10. a) p_a = P(„Alle neun Personen haben den Jahresbeitrag bezahlt") =

$= 0{,}8^4 \cdot 0{,}92^2 \cdot 0{,}88^3 \approx 23{,}6\%$

b) P(„Höchstens eine Person hat den Jahresbeitrag nicht gezahlt") =

$= p_a + 4 \cdot 0{,}8^3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}92^2 \cdot 0{,}88^3 + 2 \cdot 0{,}8^4 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}88^3 +$

$3 \cdot 0{,}8^4 \cdot 0{,}92^2 \cdot 0{,}88^2 \cdot 0{,}12 \approx 61{,}0\%$

12. $P(E_1) = 0{,}95^{10} \approx 59{,}9\%$;

$P(E_2) = 0{,}05^3 : 0{,}95^7 \approx 0{,}009\%$;

$P(E_3) = 0{,}05^2 \cdot 0{,}95^8 \cdot 9 \approx 1{,}5\%$